Bernardo Aceituno C.

12-10764

Problema de la semana 9 (Quiz n° 3)

Considere el sistema

$$G(s) = \frac{3}{(s^2 + 0.6s + 9)(s + 10)}$$

1. Calcule y grafique la respuesta del sistema a un escalón unitario
2. Calcule y grafique la respuesta del sistema a un pulso unitario que comienza en t=0 y de duración 14 seg
3. Calcule y grafique la respuesta del sistema al impulso unitario
4. ¿Qué pasaría con la respuesta del sistema si ζ = -0,1 en el caso del impulso? justifique su respuesta
5. ¿Qué pasaría con la respuesta del sistema si ζ = -0,1 en el caso del pulso unitario? justifique su respuesta

1. Tenemos que para una entrada de escalón unitario la salida será:

$$Y(s) = \frac{G(s)}{s}$$

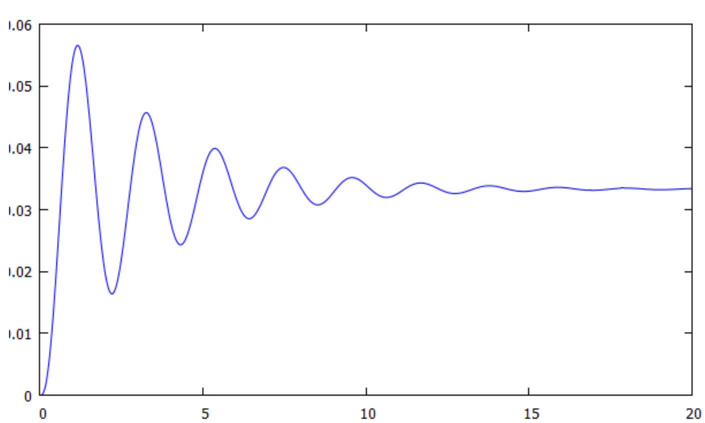
Luego $y(t) = L^{-1}\{Y(s)\}$ de allí:

$$Y(s) = \frac{3}{2(s^2 + 0.6s + 9)(s + 10)}$$

Si aplicamos transformada inversa (dejamos de ejercicio al lector el cálculo de las fracciones simples) obtenemos:

$$\boxed{y(t) = \frac{1}{30} - \frac{3}{1030}e^{-10t} - e^{-0.3t}\left[\frac{197}{4635\sqrt{11}}\sin\left(\frac{9\sqrt{11}}{10}t\right) + \frac{47}{1545}\cos\left(\frac{9\sqrt{11}}{10}t\right)\right]}$$

Que gráficamente se ve de la forma:



2. En este caso la salida cumplirá(por linealidad de la transformada de laplace):

$$Y_2(s) = \frac{G(s)}{s} - e^{-14s}\frac{G(s)}{s}$$

Donde sí invertimos se cumplirá que:

$$\boxed{y_2(t) = y(t) - y(t-14)}$$

Gráficamente esto es:

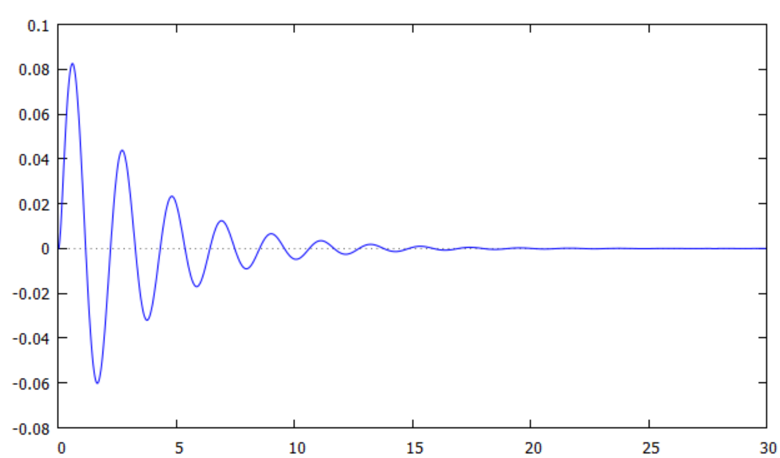
3. Tenemos que respuesta el impulso es la derivada a la respuesta al escalón, de allí, tenemos:

$$h(t) = \frac{dy(t)}{dt}$$

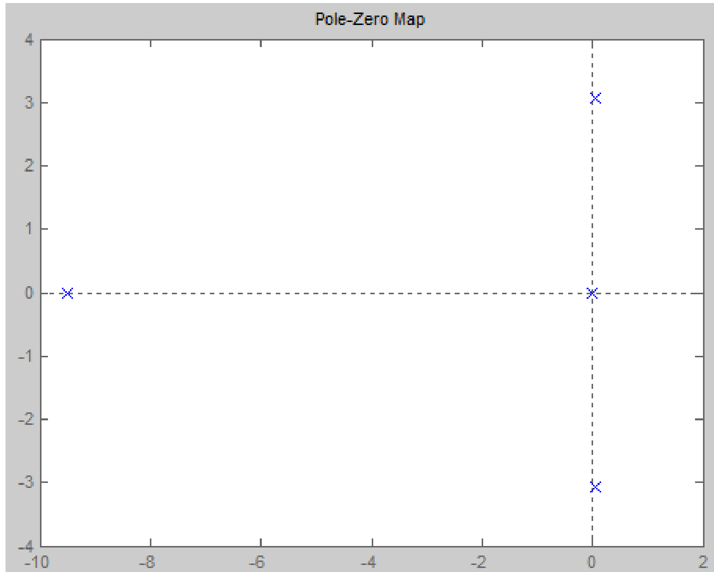
De allí, derivando nos queda:

$$\boxed{h(t) = \frac{3}{103}e^{-10t} + e^{-0.3t}\left[\frac{97}{309\sqrt{11}}\sin(\frac{9\sqrt{11}}{10}t) + \frac{15}{103}\cos(\frac{9\sqrt{11}}{10}t)\right]}$$

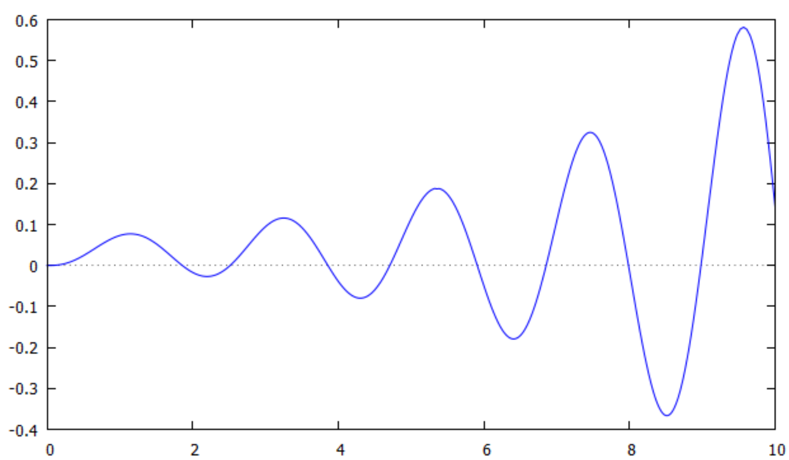
Gráficamente esto será:



4. Vemos que el mapa de polos y ceros nos queda de la siguiente forma:



Vemos que hay dos polos complejos conjugados en el semieje real positivo, de allí la salida se vuelve inestable, gráficamente se obtiene lo siguiente:



Por ende se puede concluir que al cambiar el signo de ζ el sistema se vuelve inestable.

5. Debido a que la respuesta al impulso rectangular es una combinación lineal de la respuesta al impulso entonces se puede concluir que la salida también será inestable si se cambia el signo de ζ!